**Шәһәр күләмендә математика фәненнән татар телендә үткәрелә торган**

**олимпиаданың муниципаль этабы җаваплары**

**2020-2021 нче уку елы**

**9 нчы сыйныф**

**Эш вакыты – 180 минут**

**Гомуми балл – 35**

**1**. xy = 3 һәм x > 0 шартларына тәгаен иң кечкенэ 3x + y - ны табыгыз.

**Чишелеш**. xy = 3 → y = 3/x һәм 2xy = 6 → 2x(3/x) = 6, димәк

3x + y = 3x + 3/x = 3(x2 + 1)/x = [3(x2 − 2x + 1) + 6x]/x = 3(x − 1)2/x + 6 ≥ 6.

**Җавап:** 6

**Тулы чишелеш – 7 балл**

**2.** Так цифрлардан торган 3-урынлы сан нинди дә булса так цифрлардан торган 2-урынлы санның квадраты була аламы?

**Чишелеш**. Юк, җеп цифрлардан торган очракта гына була ала.

Шарт буенча авс = (гд)2, монда а, в, с һәм г, д - так (кабатланулары да мөмкин) цифрлар. авс – өч урынлы сан: а - йөзләр, в - дистәләр һәм с - берәмлекләр, ә ике урынлы санда исә г дестә һәм д берәмлек күрсәтәләр. Шуңа күрә а∙100 + в∙10 + с = (г∙10 + д) 2 = г∙г∙100 + 2г∙д∙10 + д∙д ≤999. Ике урынлы санда г∙г ≤ 9 булырга тиеш (тапкырчыгышның өченче разряды так цифр гына була ала) һәм ул чакта г ≤ 3 (г≤√9); д∙д тапкырчыгышы да так сан гына була ала, ә 2-урынлы санның квадратында икенче разряды 2г∙д = 2∙3∙д җеп цифр (шарт буенча цифр бердән так, икенчедән: 2∙3∙д ≤ 9 – димәк д=1 булырга тиеш, әмма бу очракта икенче разрядта так цифр була алмый).

Җеп цифрлардан торган ике урынлы санның квадраты җеп цифрлардан тора алуын тикшерик: а∙100 + в∙10 + с = (г∙10 + д) 2 = г∙г∙100 + 2г∙д∙10 + д∙д ≤888. Ике урынлы санда г∙г ≤ 8 булырга тиеш (тапкырчыгышның өченче разряды да җеп цифр гына була ала) һәм ул чакта г ≤ 2 (г≤√8); д∙д тапкырчыгышы да җеп сан гына була ала, ә аның икенче разряды җеп 2∙2∙д – монда 2∙д тапкырчыгышы 4 –тән зур түгел булып чыга. Бу шартларга бары 2 икеурынлы саннар тәгаен киләләк: (22)2 = 484 һәм (20)2 = 400.

**Җавап:** Юк, була алмый, ә җеп цифрлардан торган саннар – 20 һәм 22.

**Тулы чишелеш – 7 балл**

**3.** Базарда кечкенә һәм зур балыклар сатыла. Биш зур балык бәясе кичә, бүгенге өч зур һәм бер кечкенә балык бәясе кадәр иде. Ә бүген ике зур һәм бер кечкенә балык, кичәге өч зур һәм бер кечкенә балык бәясенә тиң. Бу мәгълүматлар буенча нәрсә кыйммәтрәк икәнен ачыкларга мөмкинме: бүгенге ике кечкенә һәм бер зурмы, әллә кичәге биш кечкенәме?

**Чишелеш**. Балык бәяләрен билгелибез, бүгенгеләр: зур балыкларныкы - bc, кечкенәләрнеке – mc; кичәгеләр: зурлар - bv, ә кечкенәләр - mv.

Мәсьәлә шартлары ике тигезләмә рәвешенә килә:

3bc + mc = 5bv, 2bc + mc = 3bv + mv.

Нәтиҗәдә:

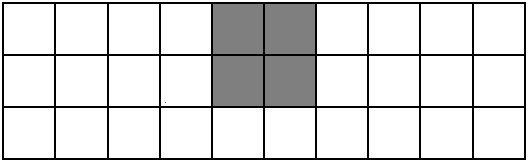
5 mv = 5(2 bc + mc – 3 bv) = 10 bc + 5 mc – 3(3 bc + mc) = bc + 2 mc,

кичәге кечкенә биш балык бәясе бүгенге бер зур һәм ике кечкенә балыклар бәясе кадәр үк.

**Җавап:** Кичәге кечкенә биш балыкның бәясе бүгенге бер зур һәм ике кечкенә балыклар бәясенә тиң.

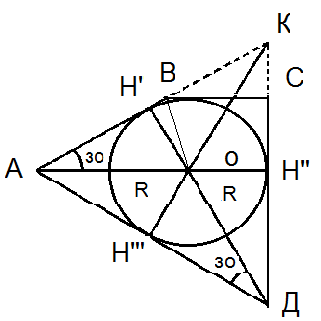
**Тулы чишелеш – 7 балл**

**4.** Дуртпочмак квадратлардан тора (3 х 10 шакмак). Уенда ике катнашучы, чиратлашып түбәндәге кагыйдәләр буенча шакмакларны буилар: йөреш вакытында 1 х 1, 2 х 2 яки 3 х 3 шакмак буярга мөмкин. Буялган шакмакларны яңадан буярга ярамый. Йөреше калмаган уенчы оттырган дип санала. Ничек дөрес уйнап отарга мөмкин?

**Чишелеш*.*** Отар өчен беренче уенчы уен башыннан ук кыр уртасында 2 х 2 булган квадратны буярга тиеш, ә аннары икенче уенчының һәр йөрешен соң "көзгедәгедәй" кабатлап шакмакларны буярга. Беренче йөрештән соң "квадратлар" калмаганлыктан, үзәк туры кисешми торган "квадратлар" калмаганлыктан, һәрвакыт беренче уенчыга җавап бирү мөмкинлеге булачак, ә икенче уенчы оттырачак.

**Җавап:** Оту стратегиясе китерелә.

**Тулы чишелеш – 7 балл**

**5.** АВСД дүртпочмагына аның барлык якларына да кагылышлы әйләнә кертелгән (радиусы R-гә тигез). Почмаклар да билгеле: ∠ВAD = 60°;, ∠AВС= 150°, ∠ВСD = 90°, ∠СDА = 60°; АВСД дүртпочмагының периметрын әйләнә радиусы аша күрсәтергә.

**Чишелеш*.***  АВ һәм ДС якларын дәвам итеп, аларның кисешү ноктасы К-ны табабыз. АКД өчпочмагы тигез яклы, аның биеклекләре ДН`, АН``, КН``` (биссектрисалары, медианалары) кисешкән нокта О - R радиуслы әйләнәнең үзәге булачак. Почмаклар 60º, урталай бүленгәч 30º га тигез була. Гипотенуза һәм катетның озынлыгын белгәнгә күрә Пифагор теоремасын кулланып икенче катетның озынлыгын табабыз:

АН` = √(АО2 - Н`О2 ) = √((2R)2 - R 2 ) = √3R.

Димәк, тигез яклы АКД өчпочмагында

АН` = Н`К = КН`` = Н``Д = ДН``` = Н```А = √3R.

Әйләнә-тирәсе язылган дүртпочмаклының ВС ягы АН`` биеклегенә параллель һәм шуңа күрә СН` = R.

Ул чакта турыпочмаклы ВСК өчпочмагында 30°-лы почмакка каршы катетының озынлыгы КС = КН`` - СН`` = √3R – R тигез һәм ул өчпочмак гипотенузасының яртысын тәшкил итә. Шуңа күрә ВК = 2(√3R – R). Гипотенузасы ВК һәм катеты КС билгеле булганга икенче катетны озынлыгын табабыз ВС = √(ВК2 – КС2 ) = √((2(√3R – R))2 + (√3R – R)2) = √3(√3R – R) = 3R – √3R.

АК һәм ВК озынлыкларының аермасы АВ озынлыгы була АВ = АК – ВК = 2√3R – 2(√3R – R) = 2R, шулай итеп АВСД дүртпочмагының дүртенче ягы да билгеле булды.

Хәзер периметр табабыз рАВСД = АВ + ВС + СД + ДА = 2R + (3R – √3R) + (R + √3R) + 2√3R = 2R + 3R – √3R + R + √3R + 2√3R = 6R + 2√3R.

**Җавап:** рАВСД = 6R + 2√3R.

**Тулы чишелеш – 7 балл**